

William Stallings

Computer Organization

and Architecture

Chapter 09

Sistemas Numéricos

Sistema Binário

O sistema binário é o mais elementar pois possui apenas dois símbolos.

Na seqüência binária, cada dígito é chamado de BIT (Binary Digit).

Na Figura 4 tem-se um número binário com seu BIT mais significativo (MSB) e o bit menos significativo (LSB) sendo enfatizados.

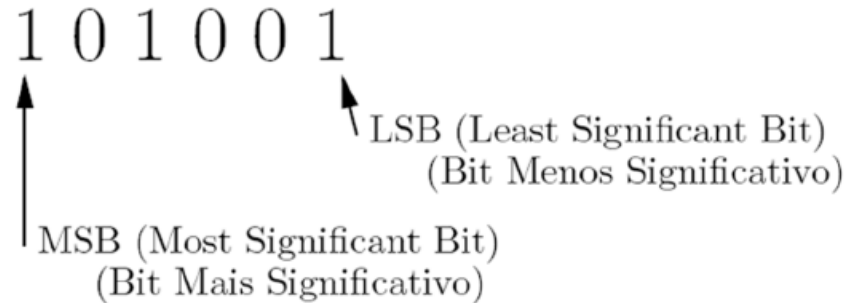


Figura 4: MSB e LSB

Visando facilitar a leitura, os bits são agrupados conforme mostra a Tabela 2, estes grupos recebem nomes específicos. A principal finalidade de agrupar os bits está em facilitar o controle dos dígitos.

| | |
|---------|--------|
| 4 bits | Nibble |
| 8 bits | Byte |
| 16 bits | Word |

Tabela dos Números Inteiros

A Tabela 3 mostra os números decimais de 0 até 16 e seus respectivos valores em binário, octal e hexadecimal.

| Decimal (10) | Binário (2) | Octal (8) | Hexadecimal (16) |
|--------------|-------------|-----------|------------------|
| 0 | 0000 | 0 | 0 |
| 1 | 0001 | 1 | 1 |
| 2 | 0010 | 2 | 2 |
| 3 | 0011 | 3 | 3 |
| 4 | 0100 | 4 | 4 |
| 5 | 0101 | 5 | 5 |
| 6 | 0110 | 6 | 6 |
| 7 | 0111 | 7 | 7 |
| 8 | 1000 | 10 | 8 |
| 9 | 1001 | 11 | 9 |
| 10 | 1010 | 12 | A |
| 11 | 1011 | 13 | B |
| 12 | 1100 | 14 | C |
| 13 | 1101 | 15 | D |
| 14 | 1110 | 16 | E |
| 15 | 1111 | 17 | F |
| 16 | 10000 | 20 | 10 |

Conversão de um número decimal para uma base B

Exemplo 1: Converter 2468_{10} para a base 16 (hexa).

Solução:

$$\begin{array}{r}
 2468 \quad \lfloor 16 \\
 \hline
 2464 \quad 154 \quad \lfloor 16 \\
 \hline
 4 \quad 144 \quad 9 \quad \lfloor 16 \\
 \hline
 \quad 10 \quad 0 \quad 0
 \end{array}$$

Sentido de 9

Leitura

$$2468_{10} = 9A4_{16}$$

Exemplo 2: Converter 217_{10} para a base 8 (octal).

Solução:

$$\begin{array}{r}
 217 \quad \lfloor 8 \\
 \hline
 216 \quad 27 \quad \lfloor 8 \\
 \hline
 1 \quad 24 \quad 3 \quad \lfloor 8 \\
 \hline
 \quad 3 \quad 0 \quad 0
 \end{array}$$

Sentido de 3

Leitura

$$217_{10} = 331_8$$

Exemplo 3: Converter 45_{10} para a base 2 (binário).

Solução:

$$\begin{array}{r}
 45 \quad \lfloor 2 \\
 \hline
 44 \quad 22 \quad \lfloor 2 \\
 \hline
 1 \quad 22 \quad 11 \quad \lfloor 2 \\
 \hline
 \quad 0 \quad 10 \quad 5 \quad \lfloor 2 \\
 \hline
 \quad \quad 1 \quad 4 \quad 2 \quad \lfloor 2 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 1 \quad 2 \quad 1 \quad \lfloor 2 \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \lfloor 2 \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad \quad 1
 \end{array}$$

Sentido de 1

Leitura

$$45_{10} = 101101_2$$

Conversão de uma base B para um número decimal

Base B para decimal.

$$101101_2 = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 45_{10}$$

Conversão de um número octal ou hexadecimal para um número binário

Exemplo 1: 2357_8 para binário.

Solução:

$$2_8 \longrightarrow 010_2$$

$$3_8 \longrightarrow 011_2$$

$$5_8 \longrightarrow 101_2$$

$$7_8 \longrightarrow 111_2$$

| |
|------------------------------------|
| $2357_8 = 010 \ 011 \ 101 \ 111_2$ |
|------------------------------------|

| |
|---------------------------|
| $2357_8 = 010011101111_2$ |
|---------------------------|

Exemplo 2: $4A05_{16}$ para binário.

Solução:

$$4_{16} \longrightarrow 0100_2$$

$$A_{16} \longrightarrow 1010_2$$

$$0_{16} \longrightarrow 0000_2$$

$$5_{16} \longrightarrow 0101_2$$

| |
|---|
| $4A05_{16} = 0100 \ 1010 \ 0000 \ 0101_2$ |
|---|

| |
|----------------------------------|
| $4A05_{16} = 0100101000000101_2$ |
|----------------------------------|

Conversão de um número octal para hexa ou hexa em octal

Exemplo 1: 127_8 para hexadecimal.

Solução:

| |
|-------------------------------------|
| $127_8 = 001\ 010\ 111_2 =$ |
| $127_8 = 0\ 0101\ 0111_2 = 57_{16}$ |
| $127_8 = 001010111_2 = 57_{16}$ |

Exemplo 2: 32_8 para hexadecimal.

Solução:

| |
|-------------------------------|
| $32_8 = 011\ 010_2 =$ |
| $32_8 = 01\ 1010_2 = 1A_{16}$ |
| $32_8 = 011010_2 = 1A_{16}$ |

Exemplo 3: $C3_{16}$ para octal.

Solução:

| |
|------------------------------------|
| $C3_{16} = 1100\ 0011_2 =$ |
| $C3_{16} = 11\ 000\ 011_2 = 303_8$ |
| $C3_{16} = 11000011_2 = 303_8$ |

Exemplo 4: 23_{16} para octal.

Solução:

| |
|-----------------------------------|
| $23_{16} = 0010\ 0011_2 =$ |
| $23_{16} = 00\ 100\ 011_2 = 43_8$ |
| $23_{16} = 00100011_2 = 43_8$ |

Exercícios de Conversões

1) Converter os seguintes números para a base 10:

- a) 11111000011110_2
- b) 111101001_2
- c) 1111000010_2
- d) 10001000001000_2
- e) $12C_{16}$
- f) FFF_{16}
- g) 121_{16}
- h) $34F_{16}$
- i) 1111101000_2
- j) $5CB6_{16}$

2) Converter os seguintes números para a base 2:

- a) 10_{10}
- b) 64_{10}
- c) 121_{10}
- d) 512_{10}
- e) 497_{10}
- f) 8541_{10}
- g) 255_{16}
- h) DEB_{16}
- i) $9A_{16}$
- j) $9C7_{16}$

3) Converter os seguintes números para as bases indicadas:

- a) 10_{10} -> hexadecimal
- b) 64_{10} -> octal
- c) 1010011011_2 -> decimal
- d) 512_{10} -> hexadecimal
- e) 101101110_2 -> hexadecimal
- f) $1D5_{16}$ -> decimal
- g) 10000101_2 -> hexadecimal

Frações Binárias

Conversão de frações decimais para base binária

Regra da multiplicação refletida:

1. Multiplicar o número decimal pela base B;
2. A parte inteira do resultado é utilizada como dígito da base B;
3. A parte inteira é descartada;
4. Retornar ao passo 1 caso a parte fracionária seja diferente de 0 (zero).

Exemplo 1: $0,375_{10}$ para binário.

Solução:

$$0,375 \times 2 = 0,75 \longrightarrow 0$$

$$0,75 \times 2 = 1,50 \longrightarrow 1$$

Descarta parte inteira

$$0,50 \times 2 = 1,00 \longrightarrow 1$$

Termina o processo quando a parte fracionária chega até 0 (zero).

$$\boxed{0,375_{10} = 0,011_2}$$

Fazer:

a) $0,2_{10} \rightarrow$ binário

$$\boxed{0,2_{10} = 0,00110011\dots_2}$$

b) $3,25_{10} \rightarrow$ binário

$$\boxed{3,25_{10} = 11,01_2}$$

Conversão de frações binárias para base decimal

Manter a mesma regra de conversão, usando expoente negativo decrescente para o componente decimal

Exemplo 1: $11,011_2$ para decimal

$$1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} = 3,375_{10}$$

Aritmética Binária

Adição Binária

$$\begin{array}{r} \\ \\ \\ + \\ \hline 88582 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \\ \\ \\ + \\ \hline 11010 \end{array}$$

$0 + 0 = 0$

$0 + 1 = 1$

$1 + 1 = 0$ com transporte de 1

$1 + 1 + 1 = 1$ com transporte de 1

Adição Binária

$$\begin{array}{r} 1) \quad \quad 11001100 \\ \quad + \quad \quad 111010 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad \quad 11101101 \\ \quad + \quad \quad 10010110 \\ \hline \end{array}$$

Subtração Binária

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|--------------|
| 1 | 0 | - | 0 | = | 0 |
| 2 | 1 | - | 1 | = | 0 |
| 3 | 1 | - | 0 | = | 1 |
| 4 | 0 | - | 1 | = | 1 empresta 1 |

7 12 9 13
 8 3 0 3
 - 5 4 8 6

 2 8 1 7

10 10
 1 ~~0~~ ~~0~~ ~~0~~ ~~0~~ ~~0~~ ~~0~~ 0
 - 1 0 0 1 0 1

 1 0 0 1 1 1 1 1

Subtração Binária

$$\begin{array}{r} 1) \quad \quad 11101110 \\ \quad + \quad 10111010 \\ \hline \end{array}$$

Subtração Binária

$$\begin{array}{r} 1) \quad \quad \quad 11101110 \\ \quad \quad + \quad 10111010 \\ \hline \quad \quad \quad 110100 \end{array}$$

Multiplicação Binária

$$\begin{array}{r} 1001 \\ x 1001 \\ \hline 1001 \\ 0000+ \\ 0000++ \\ 1001+++ \\ \hline 1010001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 111 \\ x 111 \\ \hline 111 \\ 10111 \\ 111+ \\ 111++ \\ \hline 110001 \end{array}$$

Divisão Binária

$$\begin{array}{r} \overset{1}{0} \overset{1}{10} \overset{1}{10} \overset{1}{10} \\ 100011 \quad \Big| \quad 101 \\ - 101 \\ \hline 0111 \\ - 101 \\ \hline 0101 \\ - 101 \\ \hline 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overset{0}{1} \overset{1}{10} \overset{1}{10} \\ 100111 \quad \Big| \quad 110 \\ - 110 \\ \hline 0111 \\ - 110 \\ \hline 00110 \\ - 110 \\ \hline 000 \end{array}$$

Exercícios Aritmética Binária

a) $10101 + 10111$

b) $111,101 + 11,001$

c) $10100 - 1011$

d) $1101,1 - 110$

e) 10101×111

f) $1100100 / 1010$

g) $11001 / 1010$

h) $100111 / 1101$

a) 101100
b) 1010,110
c) 1001
d) 111,1
e) 10010011
f) 1010
g) 10,1
h) 11